FÜMO 25 1. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1

a) Bei den folgenden Umformungen nutzt man die gleiche Seitenlänge in den einzelnen Dreiecken.

Es gilt: $\overline{HD} = \overline{ID} - \overline{IH} = \overline{IK} - \overline{GH} = 6\ cm - 2cm = 4cm$

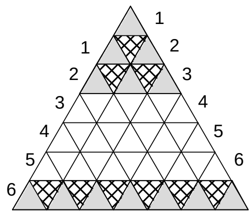
Damit folgt: $\overline{FG} = \overline{FH} - \overline{GH} = \overline{HC} - 2cm = \overline{HD} - 2cm = 4cm - 2cm = 2cm$

Weiter gilt: $\overline{EG} = \overline{MG} = \overline{GN} = \overline{GI} + \overline{IN} = \overline{GH} + \overline{IK} = 2cm + 6cm = 8cm$

Daher folgt: $\overline{EF} = \overline{EG} - \overline{FG} = 8\ cm - 2\ cm = 6\ cm$

Abschließend gilt: $\overline{AL} = \overline{AM} = \overline{AE} + \overline{EM} = \overline{EB} + \overline{EG} = \overline{EF} + 8\ cm = 6\ cm + 8\ cm = \underline{14\ cm}$

b) Die Seitenlänge $\overline{GH} = 2cm$ passt siebenmal in die Seitenlänge $\overline{AL} = 14\ cm$ des größten Dreiecks. Dreht man das Dreieck LAM um 60°, so kann man dieses wie im nebenstehenden Bild durch Kopien des kleinen Dreiecks auslegen.



Anzahl der grauen Dreiecke: 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28

Anzahl der weißen Dreiecke: 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21

Das kleinste Dreieck passt damit 28 +21 = <u>49-mal ins größte</u>.

Aufgabe 2

a) $25 = 5 \cdot 5$ $\qquad$ $2\ 525 = 25 \cdot 101 = 5 \cdot 5 \cdot 101$

$252\ 525 = 25 \cdot 10\ 101 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 481 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$

b) Jede Jubelzahl ist Vielfaches von 25, weshalb der Primfaktor 5 mindestens zweimal vorkommt. Teilt man eine Jubelzahl durch 25, so lautet das Ergebnis 1010…..101. Dieses ist wegen der Endziffer 1 nicht mehr durch 5 teilbar. Jede Jubelzahl hat also genau zweimal den Primfaktor 5.

c) Die Jubelzahl endet auf 5, ist daher durch 5 teilbar, hat aber keinen geraden Teiler 2, 4, 6 und 8. Die Quersumme der Zahl beträgt $(2 + 5) \cdot 1008 = 7 \cdot 9 \cdot 112$, weshalb diese Zahl sicher durch 3 und 9 teilbar ist.

Bleibt nur noch die Frage der <u>Teilbarkeit durch 7</u>. Die Jubelzahl lässt sich in 336 gleiche Zifferngruppen 252525 zerlegen, weshalb $252525 \ldots 25 = 252525 \cdot 10000010000010 \ldots \ldots ..1000001$ gilt. Da 252525 nach a) durch 7 teilbar ist, teilt 7 auch die Jubelzahl.

Damit hat unsere Jubelzahl alle ungeraden <u>einstelligen Teiler (1), 3, 5, 7 und 9</u>.

Aufgabe 3

Zu Beginn der Zeitmessung <u>soll keine Uhr teilweise abgelaufen</u> sein! Es gibt mehrere Lösungen.

a) Dreht man anfangs beide Uhren gleichzeitig um und danach jede Uhr sofort, wenn sie abgelaufen ist, so ergibt sich nach 15 Minuten folgende Situation: Die 5-min-Uhr ist gerade zum dritten Mal abgelaufen und die 7-min-Uhr ist zweimal abgelaufen und gerade sind beim dritten Durchgang Sand für eine Minute nach unten gerieselt. Dreht man jetzt diese Uhr um, so ist oben noch Sand für 1 Minute. Nach insgesamt 15 + 1 = 16 Minuten ist diese Uhr abgelaufen und die Zeit gemessen.

b) Wie bei a): Nach 10 min (2 Durchgänge der 5-min-Uhr) sind 3 Minuten beim 2. Durchgang der 7-min-Uhr gelaufen; nach Umdrehen bleiben noch diese 3 min bis zum Zeitpunkt 13 min. Oder:

Zeit	Kleinere Uhr (5 min)	Größere Uhr (7 min)
0 min	voll	voll
5 min	leer, umdrehen	noch 2 min Laufzeit
7 min	2 min abgelaufen, umdrehen, noch 2 min	leer, umdrehen
9 min	leer, umdrehen	2 min abgelaufen, umdrehen, noch 2min
11min	2 min abgelaufen, umdrehen, noch 2 min	leer
13min	leer	---