FÜMO 20 2. Runde Lösungen 5. Klasse

Aufgabe 1

Man überlegt zuerst, wieviel ein Bamberger kosten kann, damit 9 Bamberger mehr als 7 € und weniger als 8 € kosten. Die kleinste durch 9 teilbare Zahl (in Cent) ist $702 = 78 \cdot 9$, die größte $792 = 88 \cdot 9$. Also kostet ein Bamberger mindestens 78 Cent und höchstens 88 Cent. Nun überlegt man, wieviel ein Bamberger kosten kann, wenn 14 Bamberger mehr als 10 € und weniger als 11 € kosten. Die kleinste durch 14 teilbare Zahl (in Cent) ist $1008 = 72 \cdot 14$, die größte $1092 = 78 \cdot 14$. Also kostet ein Bamberger mindestens 72 Cent und höchstens 78 Cent.

Beide Bedingungen sind nur dann erfüllt, wenn ein Bamberger genau 78 Cent kostet.

Aufgabe 2

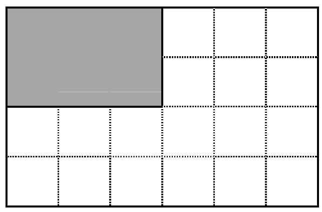
a)

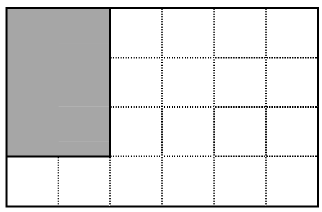
0	0	0	0	1	1	1	2	2	3
0	1	2	3	1	2	3	2	3	3

2	2	0	0	0
2	2	0	3	1
3	3	1	3	2
3	1	1	1	0

b) Von allen zehn Steinen 00, 01, 02, 03, 11, 12, 13, 22, 23 und 33 bestimmt man zunächst die Steine, deren Zahlenkombination nur einmal vorkommen: Dies trifft nur für 12 zu (1. Schritt). Damit ergeben sich zwangsläufig 00 und 10 (2. und 3. Schritt). Die 0 in der 1. Zeile und 3. Spalte kann nun gelegt werden mit der 2 (waagrecht) oder mit der 0 (senkrecht). Da 00 bereits vorkommt, bleibt nur die 1. Möglichkeit 20 (4. Schritt). 22 ergibt sich zwangsläufig (5. Schritt). Die 2 in der 2. Zeile und 2. Spalte kann nur gelegt werden mit der 3, da alle anderen Kombinationen 22 und 20 bereits vorkommen.

Aufgabe 3





a) Das Plättchen kann man quer oder hochkant betrachten:
Quer (vgl. Abb.) lässt sich das Rechteck 3 mal nach rechts und 2 mal nach unten schieben. Da es zu jeder der 4 waagrechten Möglichkeiten genau 3 senkrechte Möglichkeiten gibt, erhält man insgesamt 12 Möglickeiten.
Hochkant (vgl. Abb.) lässt sich das Rechteck 4-mal nach rechts und einmal nach unten schieben.
Also erhält man $5 \cdot 2 = 10$ Möglichkeiten.
Insgesamt gibt es also 22 Möglichkeiten, das Plättchen längs der Linien auszulegen.

b) Die kleinste Seite, die für ein solches Gitterrechteck in Frage kommt, ist 2 cm. Ist die andere Seite 24 cm lang, lässt sich das 2x3-Rechteck 21 Mal durchschieben, also gibt es 22 Möglichkeiten.
Wählt man eine Seite des Gitterrechtecks 3 cm, so findet man durch Ausprobieren heraus, dass sich bei der Wahl von 9 cm für die andere Seite ebenfalls $8 \cdot 1 + 7 \cdot 2 = 22$ Möglichkeiten ergeben.