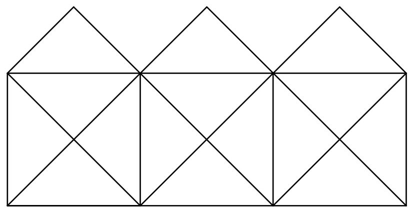
Lösungen FüMO 19 1. Runde Klassenstufe 6

Aufgabe 1

Da jeder der Fümopianer etwas anderes behauptet, kann höchstens einer Recht haben, also müssen unter den vieren mindestens drei Lügner sein. Wenn alle vier gelogen hätten, müssten sie zusammen $4 \cdot 6 = 24$ Augen haben, wie der vierte behauptet, der hätte aber dann die Wahrheit gesagt. Widerspruch!
Also hat genau einer die Wahrheit gesagt. Das kann aber nur einer mit 5 oder 7 Augen gewesen sein.

Für die Augengesamtzahl bleiben damit die Möglichkeiten $3 \cdot 6 + 5 = 23$ oder $3 \cdot 6 + 7 = 25$.
Der letzte spricht von 24 Augen und ist damit sicher ein sechsäugiger Lügner, und nur der dritte sagt die Wahrheit, da keiner von 23 Augen redet. Also hat der dritte 7 Augen.

Aufgabe 2



In jedem Haus findet man 5 kleine (k) und 4 mittelgroße (m) Dreiecke. In zwei Häusern nebeneinander findet man 2 größere (g) Dreiecke. In drei Häusern nebeneinander findet man 1 sehr großes (sg) Dreieck.

a) Deshalb findet man $3 \cdot 5 = 15$ (k), $3 \cdot 4 = 12$ (m), 4 (g) und 1 (sg), also insgesamt 32 Dreiecke.

b) Nach a) gilt: In den ersten 3 Häusern gibt es 32 Dreiecke. Ergänzt man ein weiteres Haus zu den drei Häusern, kommen 5 (k), 4 (m), 2 (g) und 1 (sg), also 12 Dreiecke dazu. Also findet man in den restlichen 2007 Häusern $2007 \cdot 12 = 24084$ Dreiecke, also insgesamt $32 + 24084 = 24116$ Dreiecke.

c) Wegen a) und b) gilt: In die ersten drei Häusern gibt es 32 Dreiecke, für jedes weitere kommen 12 Dreiecke dazu. Wir subtrahieren die 32 Dreiecke von 2010 und untersuchen, wie oft sich der Rest durch 12 teilen lässt: $2010 - 32 = 1978$, $1978 = 164 \cdot 12 + 10$. Also müsste Iris mindestens $3 + 164 + 1 = 168$ Häuser zeichnen.

Aufgabe 3

Jede mögliche Zahl, wir nennen sie z, hat die Quersumme $1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$, weshalb z immer durch 9 teilbar ist. Damit z auch durch 5 teilbar ist, muss die Endziffer 5 oder 0 sein. Bei der Endziffer 5 ist jedoch z sicher nicht durch 8 teilbar. Die Endziffer lautet also 0.

Damit z möglichst klein wird, sollten die Zehner- und die Hunderterstelle möglichst groß sein. Außerdem muss die Zahl aus den letzten drei Ziffern ein Vielfaches von 8 bilden. Die größten möglichen Zahlen 890 und 980 sind nicht durch 8 teilbar, gleiches gilt, wenn man eine der großen Ziffern durch 7 ersetzt: 790, 780, 870 oder 970. Ersetzt man 7 durch 6, erhält man 690, 680, 860 oder 960. Davon ist nur 960 durch 8 teilbar, also muss z mit 960 enden.

Die möglichst kleine Zahl z lautet damit **1234578960**. Da die Zahl z durch 8 und 9 teilbar ist, ist sie sicher auch durch 6 teilbar.

Wegen 1234578960 : 7 = 176368422 Rest 6 ist z nicht durch 7 teilbar.