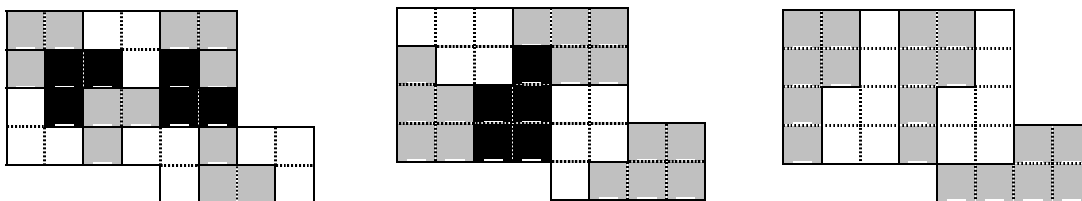


Lösungen FÜMO 16 1. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1 (Lösung)

a) Mögliche Lösungen sind:



b) Um das Feld rechts unten zu besetzen, kann der 1. Stein nur waagrecht gelegt werden, da nach oben nur ein Feld frei ist. Mit der gleichen Überlegung ergibt sich für die mit den fetten Zahlen gekennzeichneten Felder der Reihe nach die Lage der weiteren Steine zwangsläufig. Nach dem Legen des 9. Steines bleiben drei Felder übrig, die nicht belegt werden können.

		5	5	5	4		
9		6	6	6	4		
9	7	7	7	3	4		
9	8	8	8	3	2	2	2
				3	1	1	1

Aufgabe 2 (Lösung)

- a) Damit die Zahl möglichst klein ist, muss sie möglichst wenig Stellen haben.
Da $2007:9 = 223$ 'aufgeht', heißt die kleinste Zahl $99999 \dots 9$ (223mal die 9). Jede kleinere Zahl hätte eine kleinere Quersumme als 2007.
- b) Für die kleinste 2007-stellige Zahl mit der QS 2007 müssen die ersten Stellen möglichst klein (außer 1 am Anfang sonst 0), die letzten möglichst groß (mit 9) besetzt werden. Deshalb wird eine 9 (von 223 Ziffern 9) aufgespalten in $9 = 8 + 1$. Die gesuchte Zahl beginnt also mit einer 1, es folgt 1783mal die 0, dann eine 8, dann 222mal die 9. Bei der größten Zahl ist es umgekehrt. Da keine Anfangseins benötigt wird, beginnt sie mit 223 Ziffern 9, dann folgen $2007 - 223 = 1784$ Nullen.
- c) Es kann keine größte Zahl mit der Quersumme 2007 geben, da man eine solche Zahl durch Anhängen von Nullen weiter vergrößern kann, ohne die Quersumme zu verändern.

Aufgabe 3 (Lösung)

- a) Ausgangszahl ist 96. Verdoppeln ergibt 192, Streichen der mittlern Ziffer ergibt 12, Verdoppeln ergibt 24, Verdoppeln ergibt 48, Verdoppeln ergibt 96. Also ist 96 eine W-Zahl.
- b) Ausgangszahl ist 14. $\rightarrow 14 \cdot 2 = 28, 28 \cdot 2 = 56, 56 \cdot 2 = 112$, Streichen: **12**, $12 \cdot 2 = 24, 24 \cdot 2 = 48, 48 \cdot 2 = 96, 96 \cdot 2 = 112$, Streichen: **12**. Man erkennt, dass sich nun die letzten 5 Schritte ständig wiederholen, d.h. 14 kann nicht mehr auftreten, also ist 14 keine W-Zahl.
Ausgangszahl ist 16: $16 \cdot 2 = 32, 32 \cdot 2 = 64, 64 \cdot 2 = 128$, Streichen: 18, $18 \cdot 2 = 36, 36 \cdot 2 = 72, 72 \cdot 2 = 144$, Streichen: 14. Die 14 führt aber auf die 12, die sich wiederholt, ohne dass dabei 16 vorkommt. Also kann 16 keine W-Zahl sein.
- c) Das Verdoppeln einer zweistelligen Zahl ergibt eine gerade Zahl, die höchstens 198 sein kann. Also erhält man nach dem Streichen eine der Zahlen 10, 12, 14, 16 und 18. Wegen b) sind 14, 16 und auch 18 keine W-Zahlen. Da 40 eine W-Zahl ist, sind auch 80, **10** und 20 W-Zahlen, da 96 eine W-Zahl ist, sind es auch **12**, 24 und 48. Alle anderen Zahlen können keine W-Zahlen sein.

5

5

5