

Lösungen der Aufgaben FÜMO 14 Klasse7 Runde 2:

Aufgabe 1:

5 Punkte

$$n = 2a + 1 \Rightarrow 2a \text{ liefert bei Division durch 3 den Rest 1}$$

$$\Rightarrow a \text{ liefert bei Division durch 3 den Rest 2}$$

$$\Rightarrow a = 3b + 2$$

$$n = (3b + 2) \cdot 2 + 1 = 6b + 4 + 1 = 6b + 5$$

n liefert bei Division durch 5 den Rest 4

$$\Rightarrow 6b \text{ liefert bei Division durch 5 den Rest 4}$$

$$\Rightarrow 6b = 5c + 4 \Rightarrow c = \frac{6b-4}{5} = b + \frac{b-4}{5}$$

c ganzzahlig, wenn $b = 5 \cdot l + 4$ und l aus \mathbb{N}_0

$$\Rightarrow c = 5l + 4 + l = 6l + 4 \Rightarrow 6b = 30l + 24 \Rightarrow n = 30l + 24 + 5 = 30l + 29 < 2006$$

$$\Rightarrow 30l < 1977 \Rightarrow l < 65 + \frac{27}{30}$$

Wegen $0 \leq l \leq 65$ gibt es 66 solcher Zahlen

oder

29 ist die kleinste Zahl, die die geforderten Reste liefert. 30 ist die kleinste Zahl, die ohne Rest durch 2, 3 und 5 teilbar ist.

$$\Rightarrow n = 29 + l \cdot 30 < 2006 \text{ und } l \in \mathbb{N}_0 \Rightarrow l < \frac{2006-29}{30} = \frac{1977}{30} = 65 + \frac{27}{30}$$

Wegen $0 \leq l \leq 65$ gibt es 66 solcher Zahlen.

Aufgabe 2:

5 Punkte

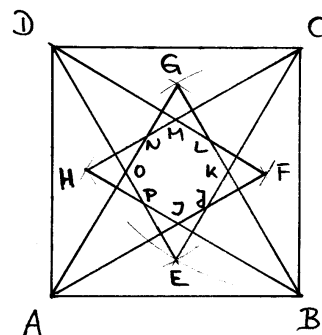
$$\begin{aligned} \sphericalangle NML = \sphericalangle JIP = \sphericalangle PON = \sphericalangle LKJ = \alpha & \quad \text{Symmetrie} \\ \sphericalangle BHC = \sphericalangle DFA = 60^\circ = \sphericalangle AGB = \sphericalangle CED & \quad \text{gleichseitige Dreiecke} \\ \sphericalangle JPO = \sphericalangle KJI = \sphericalangle MLK = \sphericalangle ONM = \beta \end{aligned}$$

$$60^\circ + \alpha + 60^\circ + \alpha = 360^\circ \quad \text{Winkelsumme im Viereck HIFM}$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 240^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

$$4\alpha + 4\beta = (8-2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 270^\circ; \quad \beta = 270^\circ - 120^\circ = 150^\circ$$



Aufgabe 3:

5 Punkte

$$N_{\text{gesamt}} = 1 + 4 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + n) = 1 + 4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} =$$

$$= 1 + 2 \cdot n(n+1) \leq 2006$$

$$\Rightarrow n(n+1) \leq \frac{2006-1}{2} = 1002,5$$

n	31	32	33
n(n+1)	992	1056	1122

N muss größer oder gleich 32 sein.

