

Lösungen 14. FÜMO 2005/2006 1. Runde Klassenstufe 6

Aufgabe 1 (Lösung)

Schreibt man in jedes Feld die Anzahl der Wege, die vom Ausgangsfeld links oben zu diesem Feld führen, so gilt zunächst:

E	1	2	
1	1	2	
2	2	1	

Beim Übergang zum nächsten Buchstaben muss man die Anzahlen der Felder zusammenzählen, von denen aus man mit einem Königszug diesen einzelnen Buchstaben erreicht. (Vergleiche 2. Figur rechts für K nach L)

2 (K)	2 (K)	1 (K)	
2+2=4	2+2+1=5	2+1=3	

E	1	2	4	9	21
1	1	2	5	12	30
2	2	1	3	9	25
4	5	3	1	4	14
9	12	9	4	1	5
21	30	25	14	5	1

Insgesamt erhält man schließlich linksstehende Verteilung der Anzahlen.

Addiert man nun die Anzahlen der E-Felder am rechten und unteren Rand, so erhält man $(21 + 30 + 25 + 14 + 5) \cdot 2 + 1 =$

191 als Anzahl aller Lesarten.

(Man kann auch von den D-Feldern zurück nach E zählen.)

Aufgabe 2 (Lösung)

a)

Kerze:	A	B	C	D	E
<u>1. Advent</u>	X				
<u>2. Advent</u>	X	X			
<u>3. Advent</u>			X	X	X
<u>4. Advent</u>		X	X	X	X
<u>5. Advent</u>	X	X	X	X	X

X = Diese Kerze brennt zu einem Drittel ab.

b) Man benötigt mindestens

$$1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{1}{3} + 5 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot \frac{1}{3} = 21 \cdot \frac{1}{3} = \underline{7 \text{ Kerzen.}}$$

7 Kerzen reichen auch aus, wie nebenstehender Brennplan zeigt.

Kerze:	A	B	C	D	E	F	G
1. Advent	X						
2. Advent	X	X					
3. Advent	X	X	X				
4. Advent				X	X	X	X
5. Advent			X	X	X	X	X
6. Advent		X	X	X	X	X	X

Aufgabe 3 (Lösung)

Es gilt: $99 = 1 \cdot 99$

$9999 = 101 \cdot 99$

$999999 = 10101 \cdot 99$

$\underbrace{999\dots999}_{2004 \text{ Stellen}} = \underbrace{10101\dots01}_{1001 \text{ mal } 01} \cdot 99$

Dann ist $\underbrace{999\dots999}_{2004 \text{ Stellen}} + 99 = \underbrace{100\dots0098}_{2002 \text{ Nullen}}$ das kleinste 2005-stellige Vielfache von 99.

(Lässt man negative Vielfache zu, so wird die Lösung wesentlich einfacher, weshalb in diesem Fall nicht die volle Punktzahl erreichbar war.)