

Lösungen 14. FÜMO 2005/2006 1. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1 (Lösung)

Wegen der 1 in Zeile 1, der 2 in Zeile 2 und der 4 in Spalte 4 ist auf dem Feld in der 1. Zeile und 4. Spalte nur die Zahl **3** möglich.

| | | | |
|---|---|---|----------|
| 1 | | | 3 |
| | | 2 | |
| | 3 | | |
| | | | 4 |

| | | | |
|---|----------|---|----------|
| 1 | 2 | | 3 |
| | 4 | 2 | 1 |
| | 3 | | 2 |
| | 1 | | 4 |

| | | | |
|----------|---|----------|---|
| 1 | 2 | | 3 |
| 3 | 4 | 2 | 1 |
| 4 | 3 | | 2 |
| 2 | 1 | 3 | 4 |

| | | | |
|---|---|----------|---|
| 1 | 2 | 4 | 3 |
| 3 | 4 | 2 | 1 |
| 4 | 3 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 3 | 4 |

Damit sind auch die Spalten 4 und 2 bestimmt.
 Nun lassen sich die Zeilen 2 und 4 ergänzen.
 Nun ist auch Spalte 3 eindeutig bestimmt.

Aufgabe 2 (Lösung)

- a) Da die Summe zweier benachbarter Zahlen mindestens $1+2=3$ und höchstens $15+14=29$ beträgt, kommen als Quadratzahlen nur 4, 9, 16 und 25 in Frage.
- b) Entweder sucht man zu jeder Zahl von 1 bis 15 die entsprechenden Partnerzahlen oder man zerlegt die in Frage kommenden Quadratzahlen in eine Summe zweier Zahlen:
 $4 = 1+3$; $9 = 1+8 = 2+7 = 3+6 = 4+5$;
 $16 = 1+15 = 2+14 = 3+13 = 4+12 = 5+11 = 6+10 = 7+9$ $25 = 10+15 = 11+14 = 12+13$.
 Man erkennt, dass von den Zahlen von 1 bis 15 nur die 8 und die 9 nur eine Partnerzahl haben, die sie zu einer Quadratzahl ergänzen (die 1 und die 3 dagegen 3 Partnerzahlen).
- c) Da die Randkästchen nur einen Nachbarn haben, müssen 8 und 9 am Rand stehen:
 Damit gibt es nur die beiden Möglichkeiten: 9,7,, 1,8 bzw. 8,1,.....,7,9.
 Beginnt man mit 9, so folgen zwangsläufig 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, 6, 10, 15, 1 und 8;
 Nach der 3 muss die 6 folgen, da die 1 an vorletzter Stelle steht.
 Beginnt man mit 8, so folgen zwangsläufig 1, 15, 10, 6, 3, 13, 12, 4, 5, 11, 14, 2, 7 und 9;
 Nach der 1 muss die 15 folgen, da andernfalls die 3 direkt zur 1 bzw. über 6, 10, 15, zur 1 führt, die 1 aber an vorletzter Stelle stehen muss.

Aufgabe 3 (Lösung)

- Da beide Zahlen dreistellig sind, kann die Summe nur 1111 betragen.
 Für die Differenz sind die Zahlen 1, 11 und 111 möglich.
 Wenn man die Differenz zweier Zahlen a und b zur Summe dieser Zahlen addiert, erhält man das Doppelte der größeren Zahl: $a + b + a - b = 2a$.
 Damit lassen sich in allen drei Fällen die gesuchten Zahlen a und b bestimmen:
- (1) $1 + 1111 = 1112$; $1112:2 = 556$, also ist $a = 556$ und $b = 555$,
 - (2) $11 + 1111 = 1122$; $1122:2 = 561$, also ist $a = 561$ und $b = 550$,
 - (3) $111 + 1111 = 1222$; $1222:2 = 611$, also ist $a = 611$ und $b = 500$.

| |
|---|
| 5 |
| 1 |
| 2 |
| 1 |
| 4 |