Lösungen 13. FÜMO 2004/2005 2. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1 (Lösung):

Bevor Iris ihre Äpfel verteilt, befinden sich 55 Äpfel in den drei Körben.
(1) Da Iris ihre Äpfel gleichmäßig auf drei Körbe verteilt, muss die Anzahl der Äpfel von Iris ein Vielfaches von 3 sein.
(2) Da sich am Schluss im zweiten Korb doppelt so viel wie im ersten und im dritten Korb doppelt so viel wie im zweiten, also viermal so viel wie im ersten befinden, beträgt die Gesamtzahl das 7-fache des Inhalts des ersten Korbs. Also ist die Gesamtzahl ein Vielfaches von 7.

Als Bedingung erhält man also: 4
Addiert man zu 55 ein Vielfaches von 3, so muss das Ergebnis ein Vielfaches von 7 sein.

Von den Vielfachen von 7, also 56, 63, 70, 77, 84, 91, ... kommen für die Gesamtzahl wegen (2) nur folgende Zahlen in Frage: $70 = 7\cdot 10 = 55 + 3\cdot 5$, $91 = 7\cdot 13 = 55 + 3\cdot 12$, ...

Beträgt die Gesamtzahl 70, befinden sich 10 im 1. Korb, davon 5 von Iris und 3 von Anja. Im 2. Korb befinden sich 20, davon 5 von Iris, allerdings hat Anja daraus 5 entnommen. Im 3. Korb befinden sich 40, davon 5 von Iris und 2 von Anja.
Also hatte Stefan am Anfang im 1. Korb 2, im 2. Korb 20 und im 3. Korb 33.

Würde die Gesamtzahl 91 betragen, befinden sich 13 im 1. Korb, davon 12 von Iris und 3 von Anja.
Dies ist aber nicht möglich, da $13 < 12+3$ ist. Gleiches gilt für noch größere Zahlen als 91. 1

Aufgabe 2 (Lösung):

Um die Summandenzahl möglichst klein zu halten, versucht man es mit dem Summanden 1111.
2005 - 1111 = 894.
Nun subtrahiert man von 894 der Reihe nach jeweils die Zahlen 888, 777, ..., 111 und überprüft, ob der Rest durch 11 teilbar ist. Man wird fündig bei der Zahl 333, da $894 - 333 = 561 = 51\cdot 11$. 5

Um möglichst große Summanden zu erhalten, kann man 51 in $5\cdot 9 + 6$ bzw. 561 in $5\cdot 99 + 66$ zerlegen und deshalb schreiben: $894 = 5\cdot 99 + 66 + 333$.
Damit ist $2005 = 1111 + 333 + 99 + 99 + 99 + 99 + 99 + 66$
eine mögliche Zerlegung in acht (also höchstens 9) Summanden.

Aufgabe 3 (Lösung):

Die Riesenzahl besteht aus 2004 Ziffern. 2005 besteht aus vier Ziffern. Es ist 2004 : 4 = 501.
Also erhält man die Riesenzahl, wenn man 2005 501-mal nebeneinander hinschreibt.

Die Riesenzahl hat also die Form 2005.2005.2005.2005. ... 2005 (2004 Ziffern).

Der kleinste Block aus den Zahlen 2005, der durch 3 teilbar ist, ist 200520052005.
Man erhält 2005.2005.2005 : 3 = 668.4001.7335
Da 501:3 = 167, erhält man die Riesenzahl auch, wenn man den Block 200520052005 167-mal nebeneinander hinschreibt: 200520052005.200520052005....200520052005 5

Man teilt die Riesenzahl durch 3, indem nacheinander die einzelnen Blöcke durch 3 teilt:
200520052005.200520052005. ... 200520052005 : 3 =
6684**00**17335.**0**6684**00**17335. ... **0**6684**00**17335

Im ersten Ergebnisblock befinden sich zwei Nullen, in den 166 weiteren jeweils drei Nullen.
Damit enthält das Ergebnis $2 + 166\cdot 3 = 500$ Nullen.

Jeder Ergebnisblock hat die Quersumme (0) + 6 + 6 + 8 + 4 + 0 + 0 + 1 + 7 + 3 + 3 + 5 = 43.
Also beträgt die Quersumme des Ergebnisses $167\cdot 43 = 7181$.