



# Zwölfte Fürther Mathematik Olympiade

## Klassenstufe 8 Die Aufgaben der 1. Runde

<http://www.fuemo.de>

### Aufgabe 1

Wenn man auf kariertes Papier ein Rechteck so zeichnet, dass die Seiten auf den Gitterlinien liegen, dann durchquert jede der beiden Diagonalen des Rechtecks einige Gitterquadrate. Dabei soll unter ‚Durchqueren‘ der Fall verstanden werden, dass ein innerer Punkt und nicht nur ein Eckpunkt des Gitterquadrats auf der Diagonalen liegt.

Das gegebene Rechteck ist  $p$  Gitterquadrate lang und  $q$  Gitterquadrate breit.

Wie viele Gitterquadrate werden von einer Diagonalen jeweils durchquert für

- a)  $p = 5$  und  $q = 3$     b)  $p = 15$  und  $q = 9$     c)  $p, q \in \mathbb{N}$  beliebig?

### Aufgabe 2

1. Im Kalenderblatt vom Oktober 2003 wurde ein  $3 \times 3$ -Feld wie in der Skizze markiert.

- a) Wenn man die kleinste Zahl in diesem Feld um 8 vergrößert und das Ergebnis mit 9 multipliziert, so erhält man genau die Summe aller Zahlen in dem Feld. Zeige, dass dies für jedes beliebige vollständige  $3 \times 3$ -Feld gilt!  
b) Finde einen ähnlichen Zusammenhang für  $4 \times 4$ -Felder und beweise ihn!

So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

### Aufgabe 3

Der Mathematiker Dr. Eieck veranstaltet eine Denkliegeparty. Dazu treibt er in jede Ecke seines dreieckigen Rasenstückes einen Pflöck und schlägt zusätzlich insgesamt  $n$  weitere Pflöcke am Rand und mitten auf dem Rasen ein. Innerhalb des Rasens sind  $k$  Pfosten (mit  $0 \leq k \leq n$ ) eingesetzt. Nun befestigt er möglichst viele, nicht unbedingt gleich lange Hängematten an den Pflöcken, die sich natürlich nicht überschneiden dürfen. Außerdem stellt er in jedes Hängemattendreieck einen Stehtisch mit Papier, Schreibzeug und Getränken.

Wie viele Stehtische und wie viele Hängematten benötigt Dr. Eieck?

Hinweis: Betrachte die Situation zunächst für  $n = 4$  und  $k = 2$  und verallgemeinere dann auf eine beliebige Pflöckanzahl  $n$ .

### Abgabeschluss beim betreuenden Lehrer ist der 21.11. 2003 (1. Runde).

Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das mit Name, Klasse und Schule zu versehen ist. Gib deine Überlegungen und alle Zwischenschritte an und begründe sie. Ergebnisse allein genügen nicht!

Auf verwendete Literatur ist hinzuweisen. Die genauen Teilnahmebedingungen sind beim betreuenden Lehrer erhältlich. Füge/Fügt bitte den Lösungen den folgenden Abschnitt unterschrieben bei.

Ich/Wir nehme/n an der 12. Fürther Mathematik Olympiade (2003/2004), Klassenstufe 8, 1. Runde teil.

Vorname/n, Name/n (max. zwei): \_\_\_\_\_

Klasse/n: \_\_\_\_\_ Schule/Ort: \_\_\_\_\_

**Ich/Wir bestätige/n hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.**

Unterschrift/en: \_\_\_\_\_