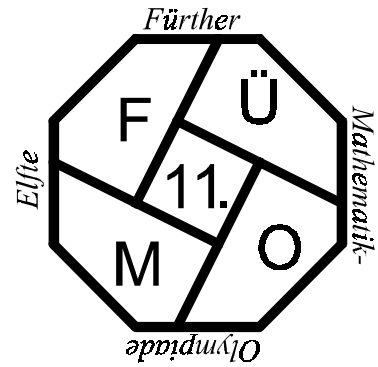


# Elfte Fürther Mathematik-Olympiade



## Klassenstufe 8 Die Aufgaben der 1. Runde

<http://www.fuemo.de>

### Aufgabe 1

Ein quadratisches Spielfeld ist in  $5 \times 5$  quadratische Legefelder eingeteilt. Dazu hat man 25 passende quadratische, einfarbige Legeblättchen in verschiedenen Farben. Alle Blättchen sollen so auf das Spielfeld gelegt werden, dass das entstehende Farbmuster symmetrisch zu einer Diagonale des Spielfelds ist.

- Wie viele Farben darf man höchstens verwenden, damit bei einer beliebigen Verteilung der Farben auf die Plättchen immer ein symmetrisches Muster gelegt werden kann?
- Wie viele Farben müssen es mindestens sein, damit es auf keinen Fall mehr möglich ist, ein solches diagonalsymmetrisches Farbmuster zu legen?

### Aufgabe 2

Eine Menge von  $n$  aufeinanderfolgenden, aufsteigenden natürlichen Zahlen heißt  $n$  - Drachen, wenn gilt:

- Die beiden ersten Drittel der Zahlenmenge bilden den Schwanz des Drachens;
- Das letzte Drittel bildet den Kopf;
- Die Summe der Zahlen im Schwanz ist gleich der Summe der Zahlen im Kopf.

*Beispiel:* Die neun aufeinanderfolgenden Zahlen 2,3,4,5,6,7,8,9 und 10 bilden den 9 - Drachen. Der Schwanz besteht aus den sechs Zahlen 2,3,4,5,6,7 mit der Summe 27. Die drei Zahlen 8,9,10 bilden den Kopf und haben ebenfalls die Summe 27.

- Gib den 21 - Drachen an und zeige, dass er die drei Bedingungen erfüllt.
- Warum kann es keinen 24 - Drachen geben?
- Welche Summe hat der Schwanz des 99 999 - Drachens?

### Aufgabe 3

Die Quersumme einer natürlichen Zahl  $n$  im Zehnersystem wird mit  $Q(n)$  bezeichnet. Ist diese Zahl mindestens zweistellig, können wir die Quersumme von  $Q(n)$  bilden. Die Zahl  $Q(Q(n))$  heißt *zweite Quersumme* von  $n$ . Ist die zweite Quersumme ebenfalls mindestens zweistellig, können wir wieder die Quersumme von dieser Zahl bilden. Die Zahl  $Q(Q(Q(n)))$  heißt *dritte Quersumme* von  $n$ .

- Welchen größten Wert kann die dritte Quersumme einer 2002-stelligen Zahl haben?
- Wie heißt die kleinste Zahl mit 2002 Ziffern, die als dritte Quersumme den Wert 11 hat?

Abgabeschluss beim betreuenden Lehrer ist der 27. 11. 2002 (1. Runde).

**Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das mit Name(n), Klasse und Schule zu versehen ist. Zu einer vollständigen Lösung gehört die Angabe und Begründung aller wesentlichen Zwischenschritte.**

Auf verwendete Literatur ist hinzuweisen. Die genauen Teilnahmebedingungen sind beim betreuenden Lehrer erhältlich. Den Lösungen ist der folgende Zettel beizufügen:

✂-----

Ich nehme / Wir nehmen an der 11. Fürther Mathematik-Olympiade (2002/2003), Klassenstufe 8, 1. Runde teil.

Vorname, Name: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Schule/Ort: \_\_\_\_\_

Ich bestätige / Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): \_\_\_\_\_