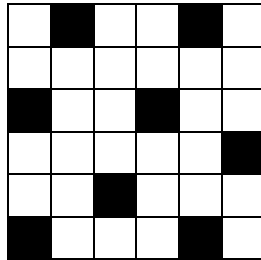


Lösungen 10. FÜMO 1. Runde Klassenstufe 8

Aufgabe 1: (4 Punkte)

a) Beispiel:



b) Man unterteilt die Anordnung in vier 3×3 -Quadrate. Ein 3×3 -Quadrat kann maximal zwei schwarze cm^2 -Quadrate enthalten, die vier 3×3 -Quadrate also maximal 8.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Man zeichnet das gleichseitige Dreieck SM_1M_2 ein und verbindet M_1 mit Q und R. Dreieck PQR ist nun in fünf gleichschenklige Dreiecke unterteilt. Sei $\varepsilon = \angle QPR$. Durch Anwenden der bekannten Winkelgesetze lassen sich alle Winkel der fünf gleichschenkligen Dreiecke durch ε ausdrücken.

Man erhält schließlich $\angle PRQ = \angle PRM_1 + \angle M_1RQ = (2\varepsilon - 60^\circ) + (60^\circ - \varepsilon) = \varepsilon$.

Also enthält Dreieck PQR zwei gleich große Winkel und ist damit gleichschenklige.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

$$\begin{aligned} S_1 &= (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = \\ &= 5n^2 + 4 + 1 + 1 + 4 = \\ &= 5 \cdot (n^2 + 2) = k^2 \text{ nur, falls } 5 \text{ Teiler von } (n^2 + 2) \text{ ist} \end{aligned}$$

Für die Endziffer z_E einer Quadratzahl gilt $z_E \in \{0;1;4;5;6;9\}$

Für die Endziffer z_e von $(z_E + 2)$ gilt $z_e \in \{2;3;6;7;8;1\}$

$\Rightarrow 5$ ist nicht Teiler von $(n^2 + 2) \Rightarrow S_1$ ist keine Quadratzahl