Neunte Fürther Mathematik Olympiade

Klassenstufen 7

Lösungen der Aufgaben der zweiten Runde

Aufgabe 1:

p,q Primzahlzwillinge und $3<p<q \Rightarrow p=2n-1;\ q=2n+1$ 3 nicht Teiler von p und 3 nicht Teiler von q $\Rightarrow 3\ /\ (2n) \Rightarrow 3\ /\ n \Rightarrow p=6k-1;\ q=6k+1$ $\Rightarrow m=(p+q)/2=6k \Rightarrow 6/m$ $pq+1=(6k-1)\ (6k+1)+1=36k^2 \Rightarrow 36\ /\ (pq+1)$	1 1 1 1
Summe:	4

Aufgabe 2:

ΔABC symmetrisch bezgl. m $\Rightarrow \prec AC_2C_1 = \frac{\gamma_2}{2}$	1
ΔAC_1C_2 gleichschenklig $\Rightarrow \prec AC_1C_0 = \gamma_2$ (Außenwinkelsatz)	1
M=Mitte von [AB]und ΔAC_1C_0 gleichschenklig $\Rightarrow \gamma_0\ /\ 2 = \prec AC_0M = 2\gamma_2$ (Außenwinkelsatz)	1
$\Rightarrow \gamma_0 = 4\cdot\gamma_2 \Rightarrow \gamma_2 = \gamma_0\ /\ 4$	1
a) $\gamma_2 = 15°$ b) $\gamma_2 = 22{,}5°$ c) $\gamma_2 = 30°$	1
Summe:	5

Aufgabe 3:

a) $a_n = 146890 + n\cdot 2357 \le 10000000; \Rightarrow n \le (10000000 - 146890) : 2357 = 4180{,}36... \Rightarrow n_{max} = 4180$	1
a) $QS(a_{10^{6+k}}) = QS(146890 + 10^{6+k}\cdot 2357)$ $k\in N$	1
$= QS(146890) + QS(2357) = 28 + 17 = 45$	1
$\Rightarrow$ es gibt unendlich viele Zahlen mit der gleichen QS=45	1
b) $a_{55} = 146890 + 55\cdot 2357 = 276525$ a_{55} ist 6-stellig $\Rightarrow QS(a_i) \le 6\cdot 9 = 54$ für $1 \le i \le 55$	1,5
55 Zahlen, aber nur 54 mögliche QSen $\Rightarrow$ mindestens zwei Zahlen haben die gleiche QS	0,5
Summe:	6