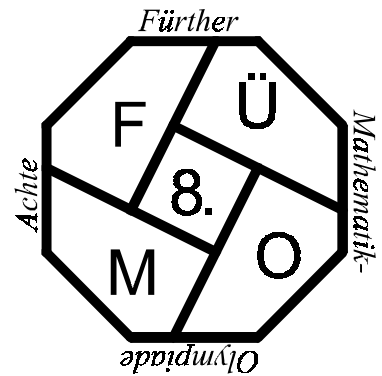


Achte Fürther Mathematik-Olympiade

Klassenstufe 5

Die Aufgaben der 2. Runde



<http://did.mat.uni-bayreuth.de/fuemo>

Aufgabe 1:

Anja beschäftigt sich gerne mit der Primfaktorzerlegung natürlicher Zahlen. Dabei behauptet sie, dass die Zahlen 60 und 90 folgende besondere Eigenschaften haben: Keine der beiden Zahlen ist ein Teiler der anderen, jede ist aber jeweils Teiler des Quadrates der anderen Zahl. Zeige, dass Anjas Zahlen die geforderten Eigenschaften haben. Finde ein weiteres Paar von Zahlen, die aber nicht durch drei teilbar sind, mit diesen Eigenschaften und weise diese nach!

Aufgabe 2:

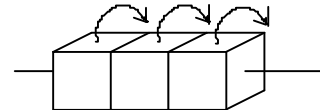
Eine natürliche Zahl heißt q_7 -Zahl, wenn sie selbst *und* ihre Quersumme durch 7 teilbar sind. Allgemein heißt eine natürliche Zahl eine q_n -Zahl, wenn sie selbst *und* ihre Quersumme durch n teilbar sind.

Zeige, dass 133 die kleinste dreistellige q_7 -Zahl ist. Wie lautet die größte dreistellige q_7 -Zahl? Weise nach, dass es genau eine dreistellige q_{24} -Zahl gibt!

Aufgabe 3:

Drei Würfel, deren sechs Würfelflächen so von 1 bis 6 nummeriert sind, dass die Summe der Augenzahlen von zwei gegenüberliegenden Flächen jeweils 7 ergibt, liegen unmittelbar nebeneinander in einer Reihe auf einem Tisch.

Bei der folgenden Aufgabe darf jeder Würfel *einzel*n und unabhängig von den anderen gedreht werden, aber *nur* um *die gemeinsame Längsachse* aller drei Würfel.



Warum kann man die Würfel - unabhängig von der Ausgangsstellung - immer so drehen, dass sie mit den nach oben weisenden Augenzahlen eine dreistellige, durch 3 teilbare Zahl anzeigen? Beschreibe, bei welcher Ausgangslage der Würfel dies nicht mehr gelingt, wenn man nur den ersten Würfel drehen darf (Begründung!).

Hinweis: Eine Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Abgabeschluß beim betreuenden Lehrer ist der 3. 5. 2000 (2. Runde).

Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das mit Name, Klasse und Schule zu versehen ist.

Zu einer vollständigen Lösung gehört die Angabe und Begründung aller wesentlichen Zwischenschritte. Auf verwendete Literatur ist hinzuweisen. Die genauen Teilnahmebedingungen sind beim betreuenden Lehrer erhältlich.

Den Lösungen ist der folgende Zettel beizufügen:

✂-----

Ich nehme an der 8. Fürther Mathematik-Olympiade (1999/2000), Klassenstufe 5, 2. Runde teil.

Vorname, Name: _____

Klasse: _____ Schule/Ort: _____

Ich bestätige hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift: _____