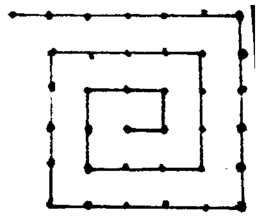
Lösung Aufgabe 3



Am besten löst man zuerst Teil c) der Aufgabe.

Verbinde die Punkte P_1, P_2, P_3 , ... zu einem spiralförmigen Streckenzug. Die Teilstrecken haben die Längen 1,1,2,2,3,3,4,4,5, ...

Also besitzen die jeweils rechts oben liegenden Eckpunkte P(1/1), P(2/2), P(3/3), ... die Nummern

$1+2\cdot1 = 3$, $1+2\cdot(1+2+3) = 13$, $1+2\cdot(1+2+3+4+5) = 31$, usw.

<u>Allgemein gilt</u> : Punkt $P_n(k/k)$, $(k \geq 1)$ besitzt die Nummer

$$\mathbf{n} = 1+2\cdot(1+2+3+ \ldots +2k - 1) = 1+2\cdot \underbrace{\frac{(2k-1)\cdot 2k}{2}}_{Gauss-Formel} = \mathbf{4k^2 - 2k + 1}.$$

a) Für k = 22 ist n = 1893 < 1997.

Für k = 23 ist n = 2071 > 1997.

Geht man vom Spiraleneckpunkt $P_{1893}(22/22)$ um 44 Einheiten nach links, so kommt man zum nächsten Eckpunkt $P_{1937}(-22/22)$, geht man weitere 44 Einheiten nach unten, gelangt man zum nächsten Eckpunkt $P_{1981}(-22/-22)$. Nach weiteren 16 Schritten nach rechts gelangt man schließlich zum Punkt $P_{1997}(-6/-22)$.

b) Der Punkt $P_n(1998/1998)$ hat die Nummer $n = 4\cdot1998^2 - 2\cdot1998 + 1 =$ **15 964 021**.

Also besitzt der nachfolgende Punkt $P_x(1997/1998)$ die Nummer **x = 15 964 022**. ♦