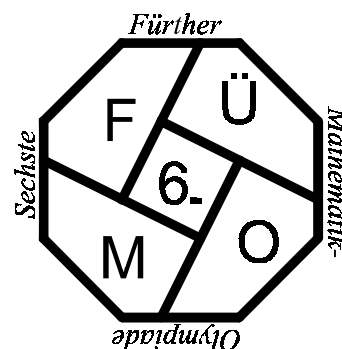


# Sechste Fürther Mathematik-Olympiade



## Klassenstufe 11 Die Aufgaben der 1. Runde

### Aufgabe 1

In der Mitte eines quadratischen Schwimmbeckens paddelt eine vorlaute Schülerin, deren Lehrerin (die nicht schwimmen kann!) an einer Ecke des Pools steht. Die freche Göre ärgert ihre Aufsichtsperson mit einigen schnippischen Bemerkungen. Die droht ihr daraufhin eine Zurechtweisung an, wenn sie die Schülerin denn zu fangen kriegte. Da die Schülerin im Lauf der Zeit ermüdet, muss sie irgendwann das Becken verlassen.

Kann die Lehrerin die Schülerin ergreifen?

Die Lehrerin soll dabei *dreimal* so schnell rennen, wie das Mädchen schwimmen kann. An Land dagegen ist die Schülerin die Flinkere.

### Aufgabe 2

Die natürliche Zahl  $n$  heißt *günstig*, wenn sie in der Form  $3x^2 + 32y^2$  mit positiven ganzen Zahlen  $x$  und  $y$  dargestellt werden kann.

Man zeige: Wenn  $n$  günstig ist, dann ist es auch die Zahl  $97 \cdot n$ .

### Aufgabe 3

Im ebenen Koordinatensystem werden alle Gitterpunkte mit ganzzahligen Koordinaten „spiralförmig“ durchnummeriert:  $P_1(0/0)$ ,  $P_2(1/0)$ ,  $P_3(1/1)$ ,  $P_4(0/1)$ ,  $P_5(-1/1)$ ,  $P_6(-1/0)$ , ... ,  $P_{12}(2/1)$ , ... usw.

- 1) Welche Koordinaten besitzt der Punkt  $P_{1997}$  ?
- 2) Welche Nummer  $x$  hat der Punkt  $P_x(1997/1998)$  ?
- 3) Bestimme für  $P_n(k/k)$  die Nummer  $n$  des Punktes  $P_n$  in Abhängigkeit von  $k$  ( $k \in \mathbb{N}$ ).

Abgabeschluß beim betreuenden Lehrer ist der 15. 12. 1997 (1. Runde).

**Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das mit Namen, Klasse und Schule zu versehen ist.**

**Zu einer vollständigen Lösung gehört die Angabe und Begründung aller wesentlichen Zwischenschritte.**

Auf verwendete Literatur ist hinzuweisen. Die genauen Teilnahmebedingungen sind beim betreuenden Lehrer erhältlich.

Den Lösungen ist der folgende Zettel beizufügen:

✂-----

Ich nehme an der 6. Fürther Mathematik-Olympiade (1997/98), Klassenstufe 11, 1. Runde teil.

Vorname, Name: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Schule/Ort: \_\_\_\_\_

Ich bestätige hiermit, alle Aufgaben selbständig gelöst zu haben.

Unterschrift: \_\_\_\_\_