

# Fünfte Fürther Mathematik-Olympiade

## Klassenstufen 5 / 6 Die Lösungen der 2. Runde

### Aufgabe 1 (Lösung, 5P):

Herr Geizhals kann die Zeiträume 8 min, 16 min, 24 min ... mit den beiden Uhren messen.

Mit Beginn des Gespräches läßt er beide Uhren laufen. Ist die 3-Minuten-Uhr abgelaufen, wird sie umgedreht. Nach sechs Minuten ist sie das zweite Mal abgelaufen und wird nochmals umgedreht. Sobald nach einer weiteren Minute die 7-Minuten-Uhr abgelaufen ist, wird die 3-Minuten-Uhr erneut umgedreht und der Sand für eine Minute läuft wieder zurück. Nach acht Minuten befinden sich also beide Uhren wieder im Ausgangszustand. Für 16 min, 24 min,... wiederholt man den Vorgang.

### Aufgabe 2 (Lösung, 6P):

Man kann zum Beispiel die Zahlen 4, 5, 6, 10, 11, 14 ankreuzen. Dabei sind in der 1., 2. und 3. Zeile und in der 1., 4. und 5. Spalte genau zwei Zahlen, in den restlichen Zeilen und Spalten keine Zahl angekreuzt. (2P)

Darf man nur ungerade Zahlen ankreuzen, gibt es die folgenden sechs Lösungen:

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

Darf man nur gerade Zahlen ankreuzen, gibt es **keine** Lösung.

Für eine Lösung benötigt man mindestens **drei** Zeilen (oder Spalten), in den sich jeweils **drei** Zahlen befinden.

Nebenstehendes Schema enthält aber nur zwei Zeilen oder nur zwei Spalten (jeweils 2. und 4.) mit drei Zahlen. Deshalb gibt es keine Lösung (1P).

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
|    | 2  |    | 4  |    |
| 6  |    | 8  |    | 10 |
|    | 12 |    | 14 |    |
| 16 |    | 18 |    | 20 |
|    | 22 |    | 24 |    |

### Aufgabe 3 (Lösung, 4P):

Man teilt 279 durch 9 und erhält als mittlere Zahl 31, die immer gleich sein muß, damit man auf der eine Seite etwas weg und auf der anderen Seite etwas dazutun kann. (1P)

|                            |                                    |                      |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------|
| Mögliche Zerlegungen sind: | $279 = 31+31+31+31+31+31+31+31+31$ | (Unterschied 0)      |
|                            | $279 = 27+28+29+30+31+32+33+34+35$ | (Unterschied 1)      |
|                            | $279 = 23+25+27+29+31+33+35+37+39$ | (Unterschied 2)      |
|                            | $279 = 19+22+25+28+31+34+37+40+43$ | (Unterschied 3)      |
|                            | $279 = 15+19+23+27+31+35+39+43+47$ | (Unterschied 4)      |
|                            | $279 = 11+16+21+26+31+36+41+46+51$ | (Unterschied 5)      |
|                            | $279 = 7+13+19+25+31+37+43+49+55$  | (Unterschied 6)      |
|                            | $279 = 3+10+17+24+31+38+45+52+59$  | (Unterschied 7) (2P) |

Es gibt keine weiteren Zerlegungen, weil bei einem noch größeren Unterschied als 7 der erste Summand keine natürliche Zahl ist. (1P)